Funkcja kwadratowa

Funkcja kwadratowa musi zawierać jakiś kwadrat, np.: $f(x)=a^2$
Wzór ogólny funkcji kwadratowej: $f(x)=ax^2+bx+c$
Jeżeli $a > 0$ to wykres funkcji ma ramiona do góry, jeśli $a < 0$ to wykres funkcji ma ramiona w dół.
Miejsca zerowe funkcji:

$x_1 = (-b - \sqrt{\Delta}) / 2a$
$x_2 = (-b + \sqrt{\Delta}) / 2a$
gdzie $\Delta = b^2 + 4ac$
lub $x = -b / 2a$ gdy $\Delta = 0$

Wierzchołek paraboli: $W = (p,q)$

$p = -b / 2a$
$q = -\Delta / 4a$

Punkt przecięcia z osią Y: $(0,c)$
Własności funkcji:

Dziedzina: szerokość paraboli; gdy nie widać końca ramion to wartością jest zbiór liczb rzeczywistych
Zbiór wartości: wysokość paraboli; zazwyczaj jedna ze współrzędnych to wierzchołek
Wartości dodatnie funkcji: dla jakich x-ów funkcja jest dodatnia
Wartości ujemne funkcji: dla jakich x-ów funkcja jest dodatnia
Monotoniczność: W jakich przedziałach x-ów funkcja maleje, jest stała i rośnie

Postać kanoniczna funkcji kwadratowej: $f(x) = a(x - p)^2 + q$ gdzie $a \neq 0$
Postać iloczynowa funkcji kwadratowej: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

gdzie $a \neq 0$, a iksy to miejsca zerowe
jeżeli funkcja ma tylko jedno miejsce zerowe to funkcja przyjmuje postać $f(x) = a(x - x_1)^2$

Konwersje postaci:

Z ogólnej na kanoniczną:
Obliczyć wierzchołek (p i q)
Z ogólnej na iloczynową:
Obliczyć miejsca zerowe
Z kanonicznej na ogólną:
$$f(x) = a(x - p)^2 + q = a(x^2 - 2px + p^2) + q = \underbrace{a}_{a}x^2 \underbrace{- 2ap}_{b}x + \underbrace{ap^2 + q}_{c}$$
Z kanonicznej na iloczynową:
Obliczyć miejsca zerowe
Z iloczynowej na ogólną:
Liczby za iksami to dolne indeksy, ale nie chciało mi się formatować.
$f(x) = a(x - x1)(x - x2)$
$f(x) = a(x^2 - x2x - x1x + x1x2)$
$$f(x) = \underbrace{a}_{a}x^2 \underbrace{- a(x1 + x2)}_{b}x + \underbrace{ax1x2}_{c}$$
Z iloczynowej na kanoniczną:
Słaby deal, lepiej przekształcić na ogólną

Równania z parametrem:

Wzory Viete'a:

$x1 + x2 = -b / a$

$x1 * x2 = c / a$

Jeżeli $a > 0$ i $b > 0$ to $a * b > 0$

Jeżeli $a < 0$ i $b < 0$ to $a * b > 0$

Jeżeli $a > 0$ i $b < 0$ to $a * b < 0$

Podstawowe założenia:

a =/= 0

Przynajmniej jedno rozwiązanie → $\Delta \geq 0$

Jeśli równanie kwadratowe ma 2 pierwiastki to:

jeśli $x1 * x2 < 0$ → są one różnych znaków

jeśli $x1 * x2 > 0$ → mają one jednakowe znaki

jeśli $x1 + x2 > 0$ i $x1 * x2 > 0$ → są one dodatnie

jeśli $x1 + x2 < 0$ i $x1 * x2 > 0$ → są one ujemne

Wzory skróconego mnożenia:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$